

# prêmio petrobras de tecnologia - 2005

## Tempo e freqüência na geofísica e na física de sistemas complexos: novos métodos

*Time and frequency in geophysics and in complex systems: new methods*

Deilson de Melo Tavares

### resumo

O objetivo deste trabalho consistiu no desenvolvimento de novos métodos para melhorar a resolução em imagens obtidas por sísmica usada na exploração de petróleo. Tais imagens foram feitas por meio da aplicação de conceitos da física de sistemas complexos combinados com ferramentas novas para análise de sinais no domínio tempo-freqüência. Essas ferramentas representam o estado-da-arte em processamento de sinais. O ponto mais relevante neste trabalho foi a descoberta de que a deconvolução de dados

sísmicos é essencialmente uma análise de flutuações no sentido da física estatística. Desta descoberta decorrem métodos eficientes que são apresentados aqui. Entre eles, destaca-se o WTDecon – método de deconvolução que possibilita ao intérprete a visualização de detalhes imperceptíveis usando outros métodos – permite excelente recuperação das altas freqüências.

(originais recebidos em 10.10.2006)

**Palavras-chave:** deconvolução | processamento sísmico | geofísica | física-estatística

## abstract

*The purpose of this paper is to develop new methods to enhance the resolution of images obtained from seismic studies used in oil exploration activities. Such images were obtained based on concepts from the complex systems physics combined with new tools used for signal analysis within the time-frequency domain. These tools represent the state of the art of signal processing. The most relevant breakthrough of this paper was discovering that the deconvolution of seismic data is essentially an analysis of fluctuations in the sense of statistical physics. As a result from this discovery efficient methods have been derived and presented herein. Among those methods WTDecon can be highlighted. It is a deconvolution method that allows the interpreter to visualize imperceptible details using other methods, thus providing excellent recovery of high frequencies.*

*(expanded abstract available at the end of the paper)*

**Keywords:** deconvolution | seismic processing | geophysics | statistical physics

## introdução

Apresenta-se aqui a deconvolução de dados sísmicos à luz de alguns desenvolvimentos nas compreensões física e geofísica das propriedades estatísticas da reflectividade (Ulrych, 1999). Esta apresentação inspira-se em conceitos e métodos da física de sistemas complexos, um ramo da física estatística.

O objetivo central de uma teoria da deconvolução de dados sísmicos é explicar a reflectividade. A investigação estatístico-física da reflectividade começa com o professor Enders Anthony Robinson em 1957, que fez a primeira aplicação aos dados sísmicos da então recente teoria de previsão proposta por Wiener (Robinson, 1957, 1966; Peacock, 1969). Esta abordagem representou, então, uma importante renovação das perspectivas para o processamento sísmico digital. Contudo, como salientam Saggaf e Robinson (2000), tal método pioneiro era consistente com

o estado do conhecimento das propriedades estocásticas dos coeficientes de reflexão.

Presentemente, estudos detalhados do espectro dos coeficientes de reflexão, derivados de perfis de poços, permitem classificar estes coeficientes como ruídos  $f^\alpha$ , onde  $f$  é a frequência e  $\alpha$  é um expoente positivo (Walden, 1985; Rosa e Ulrych, 1991; Tavares e Lucena, 2003). Isto significa que o espectro da reflectividade é, em alguma aproximação, uma lei de potência associada com um ruído intermitente azul, um ruído para o qual o logaritmo da energia cresce linearmente com o logaritmo da frequência  $f$ .

A relação entre complexidade de um sistema e suas características espectrais foi já reconhecida há bastante tempo. Especialmente, dos desenvolvimentos formais devidos a Wiener (1930) e Kolmogorov (1941), tornou-se claro que o espectro está relacionado à previsibilidade de uma série a qual define, neste sentido, sua complexidade. É apropriado lembrar que a interpretação estatística de estimativas espectrais de séries temporais baseia-se essencialmente em dois resultados válidos para processos estocásticos estacionários: o teorema de Wiener-Khintchin ou de Einstein-Wiener (Primas, 1999; Wiener, 1930; Khintchin, 1934) (equação 1):

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T dt x(t) x(t - \tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega}^{\omega} d\omega e^{i\omega\tau} |\hat{x}(\omega)|^2 \quad (1)$$

e o teorema ergódico de Birkhoff (equação 2):

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T dt x(t) x(t - \tau) = \int_{\Omega} dx(0) dx(\tau) P(x(0), x(\tau)) x(0) x(\tau) \quad (2)$$

O primeiro resultado relaciona a autocorrelação e o espectro. O segundo – onde  $P(x,y)$  representa a densidade de probabilidade conjunta de  $x$  e  $y$  – relaciona as correlações calculadas do ponto de vista de populações ou *ensembles* às correlações temporais. Teoremas como estes, ou conjecturas de conteúdo semelhante que são



justificadas, em maior ou menor grau, pelos resultados, formam a base para todo raciocínio cujo objetivo é fazer inferências estatístico-físicas a partir de estimativas espectrais (Pathria, 1972; Brillinger, 2002). Deve-se observar que a teoria de previsão de Wiener (1930) e a abordagem axiomática de Kolmogorov (1941) estabeleceram uma dualidade entre métodos baseados em realizações e métodos baseados em muitas amostras tiradas de populações. Uma conexão teórica entre estas duas alternativas não foi completada até o momento.

Estudos em estatística pura e aplicada são essencialmente dedicados às flutuações que são variações complicadas e qualificadas como imprevisíveis, aleatórias. Um problema central é estimar o espectro de tais flutuações e, a partir deste espectro, inferir as propriedades estatísticas, calculando médias que presumivelmente são úteis.

É comum que as séries sob estudo apresentem tendências, ou seja, componentes cujas variações são mais lentas e mais simples que as flutuações. Tais flutuações influenciam também no espectro, sendo necessário eliminar estas tendências dos dados antes de se tentar estimar o espectro da componente rápida. A tendência pode ser compreendida como um campo médio ao qual as flutuações são adicionadas. A análise de flutuações é orientada para este tipo de problema.

A abordagem adotada aqui conduz a uma maneira de expor a deconvolução cega (Kaplan, 2003; Kasprzak, 2003; Walden, 1985) de dados sísmicos de forma que a determinação da reflectividade e a caracterização das propriedades sejam tratadas como uma análise de flutuações. Esta chave de conceitos é que torna a compreensão do WTDecon mais natural.

## deconvolução e análise de flutuações

A aplicação direta da análise de flutuações aos dados de sismogramas não caracteriza um método de deconvolução. Isto pode ser comprovado assumindo-se um modelo convolucional

básico de dados sísmicos no qual o termo relativo aos ruídos aditivos seja admitido como nulo. Fazendo-se assim, um traço de um sismograma pode ser descrito pela convolução apresentada na equação 3:

$$x(t) = \epsilon \star b(t) \quad (3)$$

onde  $\epsilon$  representa a reflectividade e  $b$  a ondeleta sísmica (Robinson, 1957). Considera-se que as variáveis  $x$ ,  $\epsilon$ , e  $b$  representam campos estocásticos. No domínio das frequências  $f \equiv 2\pi\omega$ , deconvolução determinística se formula empregando a razão mostrada na equação 4:

$$\hat{\epsilon} = \frac{\hat{x}}{\hat{b}}, \quad b \neq 0 \quad (4)$$

onde o símbolo ( $\wedge$ ) indica transformação de Fourier. Esta expressão define uma operação no domínio das frequências que não pode ser reduzida à subtração de uma tendência. Trata-se de repetir uma longa lista de autores ao dizer-se que, já que  $b$  é uma incógnita, não se pode estritamente resolver o problema da deconvolução. Para isto, é necessário escolher um campo  $b$  que seja plausível, de acordo com algum critério físico. Na deconvolução preditiva proposta por Robinson (1957), o critério consiste em duas hipóteses:

1. A reflectividade  $\epsilon$  é um ruído branco.
2. A ondeleta sísmica  $b$  tem fase mínima.

Empregando-se a linguagem de *ensembles*, as médias são tomadas sobre as realizações dos processos estocásticos e, assim, a primeira hipótese corresponde à equação 5:

$$c \overline{|\hat{b}(f)|} = \overline{|\hat{x}(f)|} \quad (5)$$

onde a barra indica uma média de *ensemble*:  $\overline{A} \equiv \int daP(a)$  ( $a$ ), com  $daP(a)$  sendo a probabilidade que  $A$  tenha valor entre  $a$  e  $a + da$ . Mostra-se diretamente, a partir das equações 4 e 5, que  $\overline{\hat{\epsilon}(f)} = c$ . De acordo com isso, a condição expressa na equação 5 é aqui referida como a hipótese do espectro branco (Ulrych, 1999).

A forma usual de se proceder a uma análise de flutuações é separando o campo estocástico

sob estudo como uma soma de um campo médio e flutuações. Isto deve ser feito de modo que o primeiro problema seja definir e encontrar a média do campo estocástico, subtraindo-a, restando a parte de variação rápida, que define as flutuações. No presente caso, por causa da natureza convolutiva de um traço sísmico, as flutuações definidas desta maneira obviamente não guardam uma relação simples com a reflectividade  $e$ , assim, a formulação da deconvolução – usando este tipo de esquema para análise de flutuações – é necessariamente complicada. Por isso, a fim de expressar mais precisamente as flutuações e os campos médios que se ajustam aos propósitos deste estudo, faz-se necessária uma redefinição das variáveis. Considere-se uma função de quadrado integrável  $\Phi$ . Para esta classe de funções, existe a transformada de Fourier, a qual pode ser expressa pela equação 6:

$$\hat{\Phi}(f) = |\hat{\Phi}(f)| e^{i\varphi(f)} \quad (6)$$

Esta transformada pode ser univocamente escrita conforme a equação 7:

$$\hat{\Phi}(f) = \begin{cases} \exp\{\kappa_{\Phi}(f)\}, & |\hat{\Phi}(f)| \neq 0 \\ 0, & |\hat{\Phi}(f)| = 0 \end{cases} \quad (7)$$

onde a equação 8:

$$\kappa_{\Phi}(f) \equiv \chi_{\Phi}(f) + i\varphi_{\Phi}(f) \quad (8)$$

é uma função complexa da variável real  $f$ . A função  $\chi_{\Phi}$  é chamada aqui de o balanço de frequências ou simplesmente balanço da função  $\Phi$ . A função  $\varphi_{\Phi}$  é a fase de  $\Phi$ . Usando-se esta transformação, a deconvolução (equação 4) pode ser reformulada, em termos dos balanços e fases, como mostrado na equação 9:

$$\chi_{\epsilon} = \chi_x - \chi_b, \quad \varphi_{\epsilon} = \varphi_x - \varphi_b \quad (9)$$

Agora é possível fazer a conexão entre deconvolução e análise de flutuações. Deve-se lembrar que os elementos  $b$  e  $\epsilon$  que compõem o traço sísmico  $x$  têm naturezas bastante distintas. A ondeleta sísmica  $b$  se origina em uma explosão, possuindo essencialmente as propriedades de uma função suave e de energia finita, condição esta que implica a suavidade e restringe o decaimento de seu espectro de amplitude. Se fosse desconsiderada a absorção, que conduz à não estacionariedade, pensando em termos efetivos, esta ondeleta é também completamente desacoplada da geologia  $e$ , em particular, das variações rápidas dos módulos de elasticidade. Por outro lado,  $\epsilon$  é uma função não diferenciável, com um espectro complicado e irregular, o qual não decai (Walden e Hosken, 1985). Então, é devido à reflectividade que o espectro do traço adquire seu caráter irregular. A mudança de variáveis explícita que esta irregularidade conduz diretamente às flutuações na função  $\chi_x$ . Se a reflectividade não fosse uma função singular, mas um a função suave, nenhuma flutuação seria observada em  $\chi_x$ . Por meio deste argumento, conclui-se que a função  $\chi_b$  deve representar o campo médio de  $\chi_x$ , enquanto a função  $\chi_{\epsilon}$  deve representar as flutuações. Deste modo, se for feita uma correta eliminação da tendência em  $\chi_x$ , de fato está se resolvendo o problema da deconvolução.

Dado que, pela mudança de variáveis feita,  $\chi_x = \ln |\hat{x}|$  um esquema para deconvolução pode ser definido considerando-se a transformação homomórfica (Kasprzak, 2003) apresentada na equação 10:

$$\chi_b = L_b(\chi_x), \quad \chi_{\epsilon} = L_{\epsilon}(\chi_x) \quad (10)$$

onde  $L_b$  é um filtro linear passa baixas e  $L_{\epsilon}$  é um filtro linear passa altas; estes filtros são tais que  $v = (v) + L_{\epsilon}(v)$ . A transformação inversa é dada pela equação 11:

$$|\hat{x}| = \exp[\chi_b + \chi_{\epsilon}] \quad (11)$$

Assim, por meio da equação 12, define-se:

$$|\hat{b}| \equiv \exp(\chi_b), \quad |\hat{\epsilon}| \equiv \exp(\chi_{\epsilon}) \quad (12)$$

A deconvolução é feita interpretando  $|\hat{b}|$  como o espectro de amplitude de  $b$ , e  $|\hat{\epsilon}|$  como o espectro de amplitude de  $\epsilon$ . Aceitando-se a hipótese



de fase mínima (dependendo da aplicação isto pode não ser necessário), é possível determinar os campos  $b$  e  $\varepsilon$  que correspondem precisamente às componentes cuja convolução resulta no traço  $x$ . Assim, o problema da deconvolução foi reduzido não só à especificação de um par de operadores  $L_b$  e  $L_\varepsilon$ , mas também ao uso de algum método comum para encontrar a ondeleta de fase mínima  $b$  (Claerbout, 1985).

Uma implementação direta e simples de tal esquema de deconvolução decorre do uso de  $L_b$  e  $L_\varepsilon$  baseados em transformadas discretas em ondeletas, de modo que  $L_b$  retorne à média da entrada e  $L_\varepsilon$  retorne aos detalhes. Uma representação discreta em ondeletas se obtém fazendo a decomposição de uma função  $\chi_x \in L^2(\mathbb{R})$  em uma base de funções  $\{\Psi_{jn}\}$   $j \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{Z}$  formadas pela dilatação e pela translação de uma ondeleta mãe  $\Psi$ , conforme apresentado na equação 13:

$$\psi_{jn}(f) = \frac{1}{\sqrt{2^j}} \psi\left(\frac{f - 2^j n}{2^j}\right) \quad (13)$$

Nesta expressão,  $j$  é um índice de escala e  $n$  é um índice de localização. Considera-se que estas funções têm média temporal nula (de fato, as funções são normalmente projetadas para ter  $p$  momentos nulos). Para dados adquiridos em uma janela finita de comprimento  $L$ , aqui  $L = 1$  por conveniência, as variações na maior escala são descritas pela projeção sobre o espaço gerado pela função de escala  $\phi$  a qual é univocamente relacionada à ondeleta mãe (Mallat, 1998). A média temporal da função de escala  $\phi$  não se anula. Tendo em mente tais propriedades, a decomposição corresponde ao cálculo dos produtos internos  $a_\phi \equiv (\phi | \chi_x)$  e  $a_{jn} \equiv (\Psi_{jn} | \chi_x)$ , o que se faz com um algoritmo rápido. A transformada discreta em ondeletas tem uma inversa que pode ser usada para fazer reconstruções parciais baseadas em subconjuntos dos coeficientes  $a_\phi$  e  $a_{jn}$  (equação 14).

$$\chi_b(f) \equiv a_\phi \phi(f) + \sum_{j > j_c, n} a_{jn} \psi_{jn}(f) \quad (14)$$

Em especial, é possível fazer um corte em certa escala indicada por  $j_c$ , definindo-se, então, uma componente média de larga escala cuja média

temporal normalmente não é nula, devido ao primeiro termo e uma componente oscilante de pequena escala, contendo os detalhes cuja média é nula. No esquema de deconvolução aqui proposto, a ação dos filtros  $L_b$  e  $L_\varepsilon$  é definida pelas equações 14 e 15, onde o índice de escala  $j$  define uma escala de frequências e o índice de localização  $n$  define um deslocamento de frequência. Outra maneira de definir tal separação em componentes pode ser encontrada em Rosa e Ulrych (1991).

$$\chi_\varepsilon(f) \equiv \sum_{j \leq j_c, n} a_{jn} \psi_{jn}(f) \quad (15)$$

Na figura 1 é mostrado o uso da deconvolução baseada em ondeletas e em dados sintéticos sem ruídos, comparando-se esta deconvolução com a deconvolução convencional. No gráfico (a) vê-se o modelo o qual consiste de três grupos de refletores, representados por meio de impulsos unitários. O primeiro grupo, que começa em 0,1 s, é uma seqüência alternada formada por dois refletores separados por 10 ms. O segundo grupo, começando em 0,2 s, tem três refletores alternados separados por 20 ms. O terceiro grupo tem dois refletores apontando na mesma direção, separados por 10 ms. O gráfico (b) mostra os dados gerados pela convolução deste modelo de reflectividade com uma ondeleta sísmica de fase mínima com 40 ms de duração (a mesma ondeleta sísmica será usada em todos os exemplos sintéticos). O resultado da deconvolução usando o método convencional é mostrado no gráfico (c), enquanto o resultado usando a deconvolução baseada em ondeletas é visto no gráfico (d). A ondeleta mãe usada foi a Daubechies 20, a qual será empregada em todos os exemplos. Os traços nos dados têm 128 amostras, e o corte de escala que mostrou o melhor resultado para o esquema em ondeletas se deu com  $j_c = -3$ .

Também foi feita uma comparação das deconvoluções pela análise dos dados mostrados na figura 2. Estes dados reais correspondem aos traços 80 - 120 pertencentes ao registro número 20 discutido por Yilmaz (1987). Para tornar as propriedades do registro menos heterogêneas e as considerações relacionadas à absorção da energia pela terra um pouco menos necessárias (princi-

palmente em relação aos efeitos resultantes da variação da relação sinal/ruído), a análise foi restringida às primeiras 512 amostras em cada traço.

Na figura 3 é mostrado o espectro de amplitude do traço 120 juntamente com a estimativa do espectro da ondeleta sísmica  $b$  usando o balanço

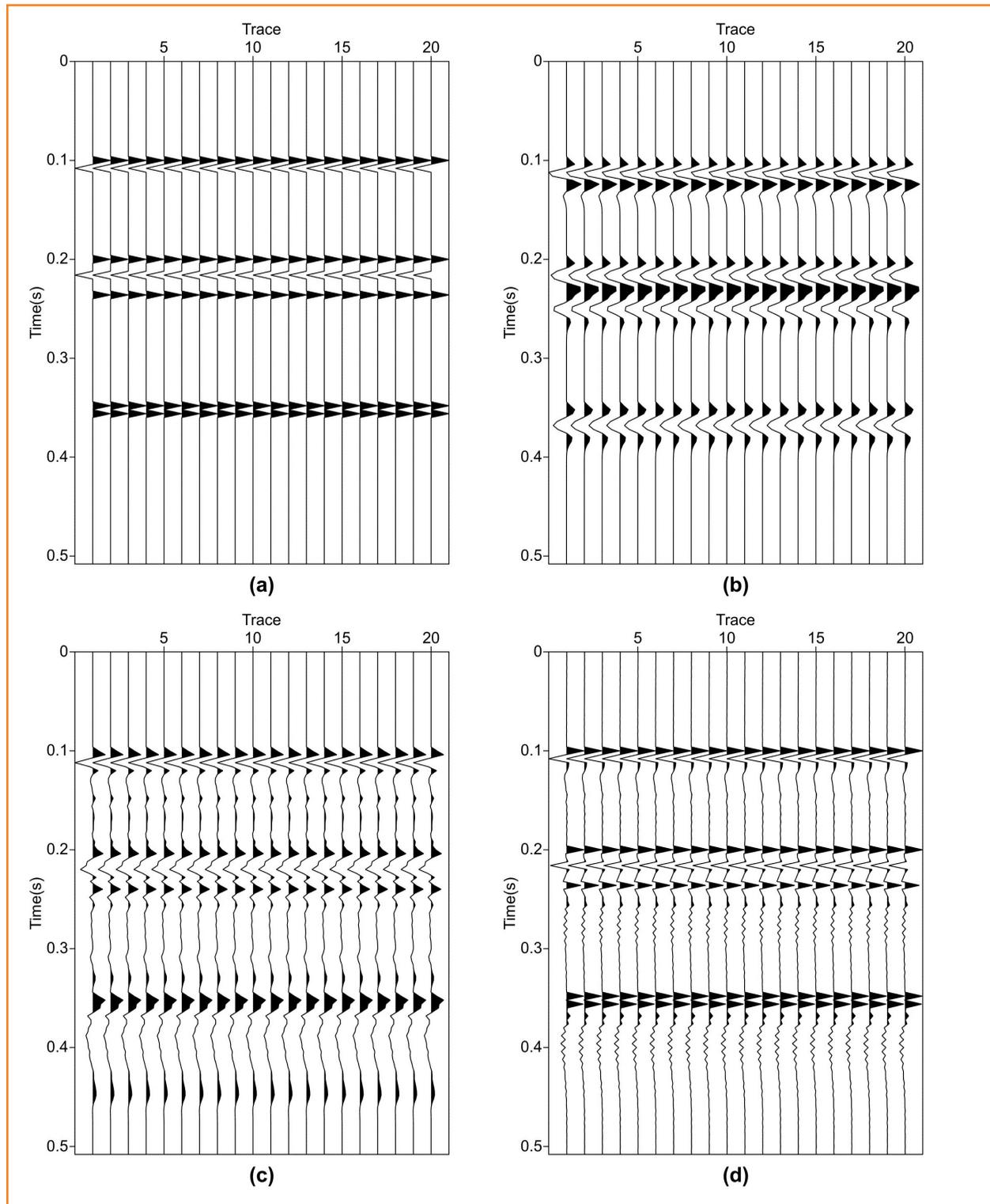
$\chi_b$  calculado a partir da equação 14. O corte de escala para a determinação de  $b$  foi  $j_c = -2$  e a hipótese de fase mínima foi empregada. Nesta figura também é indicado o espectro de amplitude da reflectividade  $\varepsilon$ , calculado por meio da equação 4.

Figura 1

O gráfico (a) mostra o modelo para a reflectividade, o qual é convolvido com uma ondeleta sísmica, resultando nos dados mostrados no gráfico (b). O gráfico (c) corresponde à deconvolução convencional e o gráfico (d), à deconvolução baseada em ondeletas.

Figure 1

Graphic (a) shows a reflectivity model, which is convolved with a seismic wavelet, and that has resulted in the data shown in graphic (b). Graphic (c) corresponds to conventional deconvolution and graphic (d) to deconvolution based in wavelets.



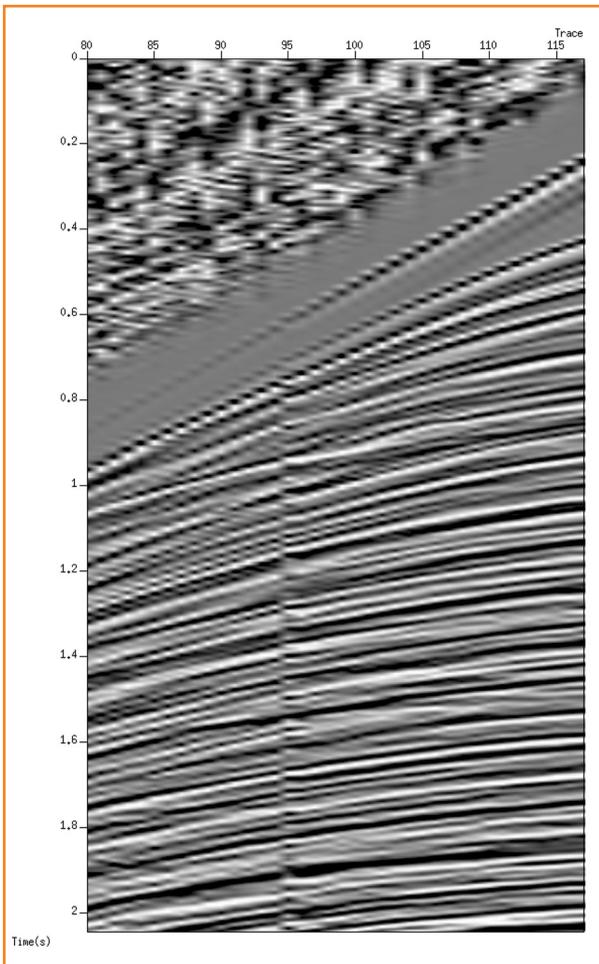


Figura 2 – Estes dados correspondem ao registro 20 (Yilmaz, 1987). Os traços selecionados foram os de números 80 até 120, e a análise foi restrita às primeiras 512 amostras.

Figure 2 – These data correspond to log 20 (Yilmaz, 1987). The selected traces were numbers 80 to 120 and the analysis was restricted to the first 512 samples.

Na figura 4 são apresentadas as ondeletas sísmicas estimadas para os traços 120, 100 e 80, enquanto na figura 5 são destacadas as reflectividades associadas. Observe-se que as reflectividades apresentam uma oscilação de baixa frequência, a qual se origina do mau ajuste do espectro dos traços ao espectro das ondeletas estimadas nas baixas frequências. O grau deste mau ajuste depende da escolha do corte de escala e tende a desaparecer quando mais termos na equação 14 são considerados. Contudo, depois de filtrar esta componente de baixa frequência, como também os ruídos de alta frequência, o

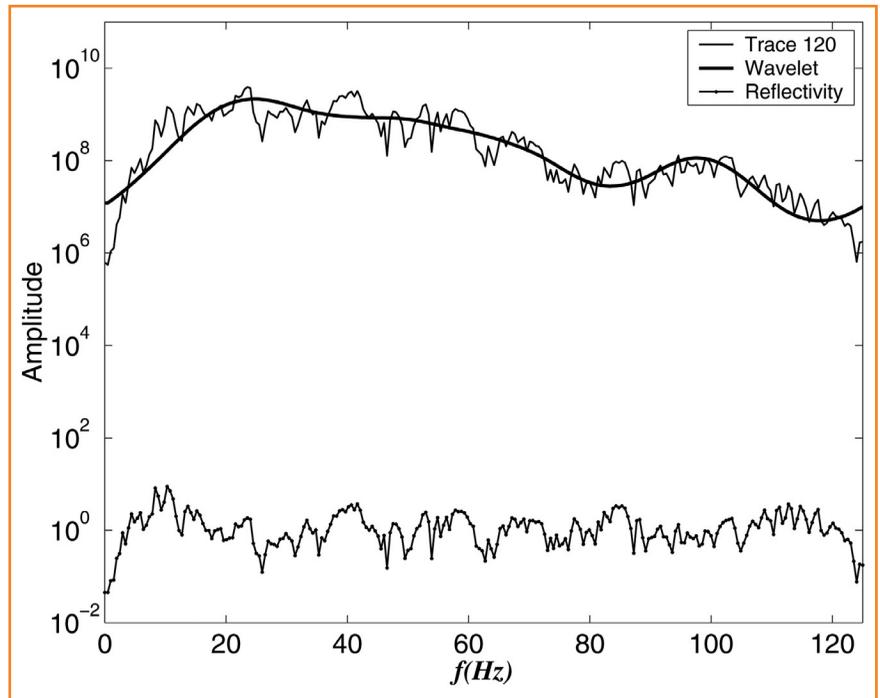


Figura 3 – Espectro do traço 120 juntamente com o espectro estimado para a ondeleta sísmica e o espectro estimado para a reflectividade, usando o corte de escala  $j_c = -2$ .

Figure 3 – Trace 120 spectrum with the estimated spectrum for the seismic wavelet and the estimated reflectivity spectrum using scale cut-off  $j_c = -2$ .

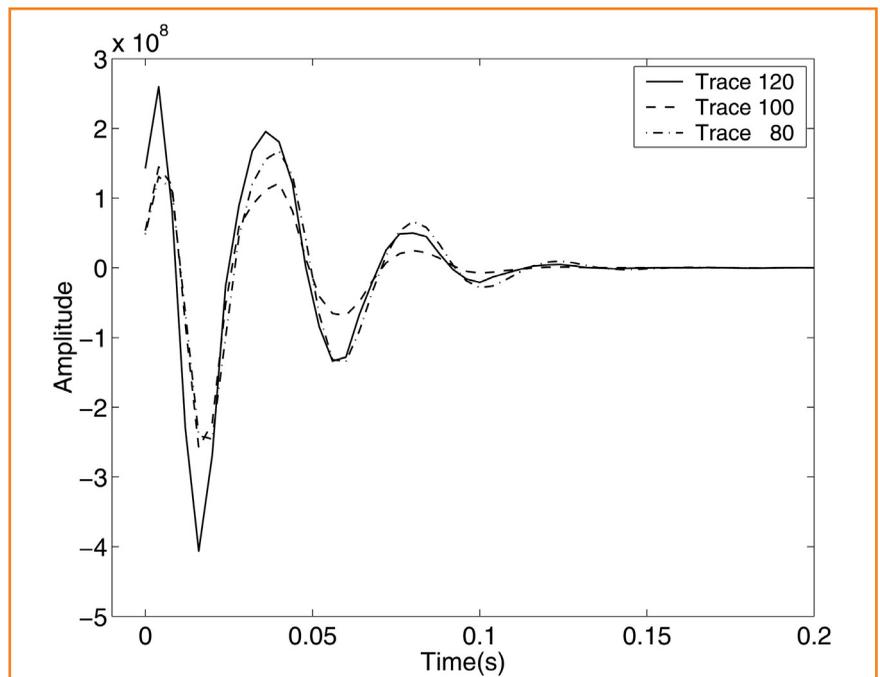


Figura 4 – Ondeletas sísmicas de fase mínima para os traços 120, 100 e 80 os quais foram determinados a partir do espectro de amplitude estimado usando a deconvolução baseada em ondeletas. O corte de escala foi em  $j_c = -2$ .

Figure 4 – Minimum phase seismic wavelets for traces 120, 100 and 80, which were determined from the amplitude spectrum estimated using wavelet based deconvolution. The scale cut-off was at  $j_c = -2$ .

corte de escala escolhido foi o que conduziu ao melhor resultado para os dados considerados, tal resultado é mostrado na figura 6. É interessante compará-lo com o outro apresentado na figura 7, o qual foi obtido usando a deconvolução convencional. O único processamento adicional feito em ambos os casos foi a filtragem de componentes de baixa e alta frequências (um filtro passa bandas com  $plateau$  entre  $0,15 \times f_{Nyquist}$ , e  $0,45 \times f_{Nyquist}$ , corte de baixas em  $0,10 \times f_{Nyquist}$  e corte de altas em  $0,50 \times f_{Nyquist}$ ). Pode-se notar que a continuidade lateral dos eventos é normalmente melhor no caso da deconvolução usando ondeletas. Para esta deconvolução, também é perceptível a melhoria da resolução temporal.

Avaliando outros casos não mostrados aqui, foi possível notar que os melhores ou, mesmo bons, na caracterização dos eventos em média, davam, em alguns casos, melhor caracterização local de variações sutis de amplitude. Testes com

outros dados obtidos na Petrobras (Cenpes e UN-RNCE) confirmaram não só a adequação destas observações bem como o desempenho, em geral superior, da deconvolução baseada em ondeletas frente à deconvolução convencional.

## reflectividades coloridas

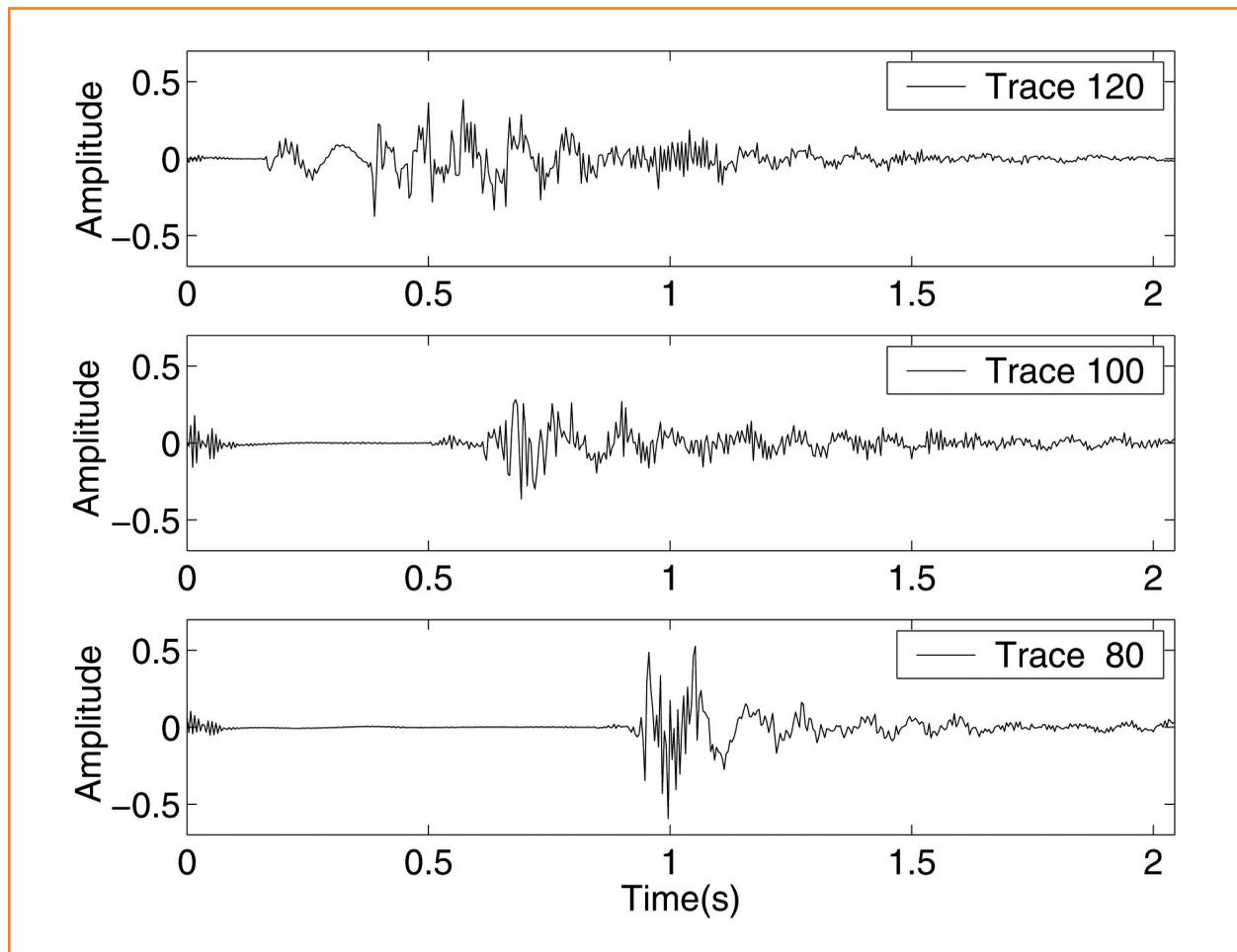
No que diz respeito à deconvolução convencional, ou em geral às deconvoluções que assumem a hipótese do espectro branco, a cor da reflectividade pode ser entendida como um parâmetro adicional, a ser estimado a partir de dados de poços. Neste ponto, é claro que a maneira direta de se obter reflectividades coloridas a partir de dados sísmicos consiste em não assumir a hipótese expressa na equação 5. A maneira mais simples de fazer isso é modificar alguma previsão de espectro branco, de modo que o resulta-

Figura 5

Reflectividades estimadas usando a deconvolução baseada em ondeletas para os traços 120, 100 e 80.

Figure 5

Estimated reflectivities using deconvolution based on wavelets for traces 120, 100 and 80.



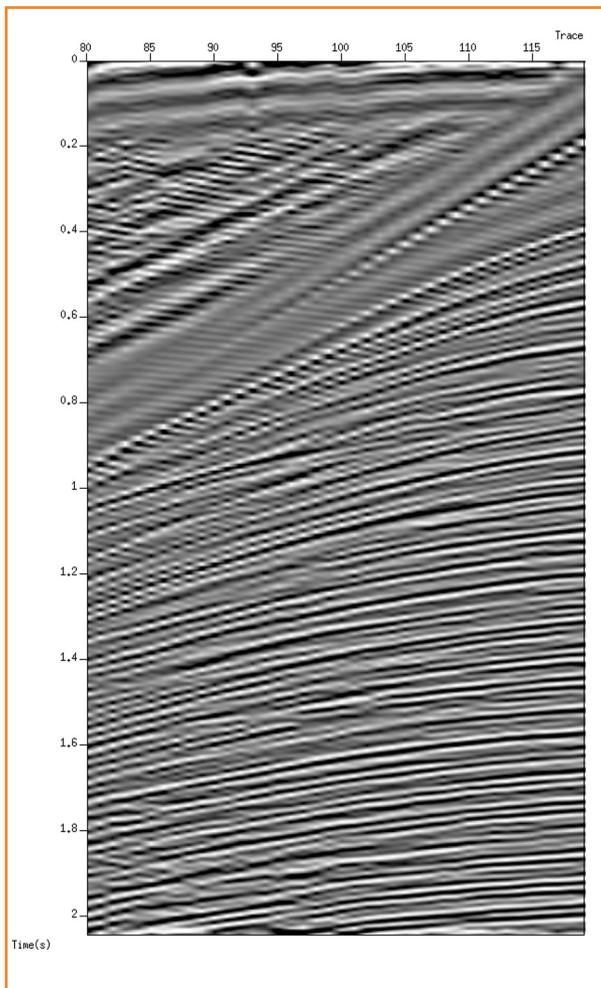


Figura 6 – Resultado da deconvolução baseada em ondeletas para os dados da figura 2. O corte de escala foi em  $j_c = -2$ .

Figure 6 – Wavelet based deconvolution results for the data from figure 2. The scale cut-off was at  $j_c = -2$ .

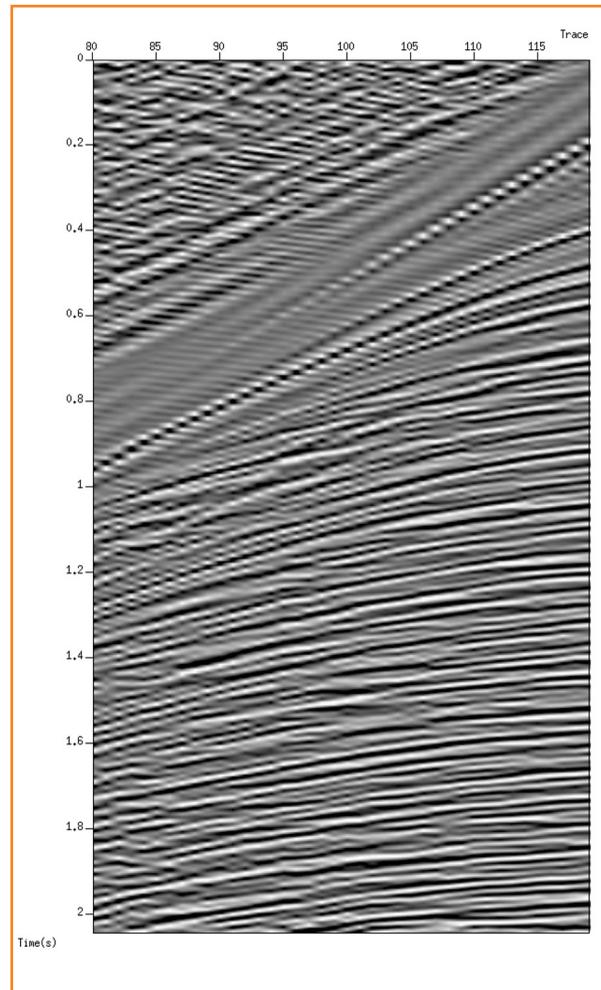


Figura 7

Resultado da deconvolução convencional para os dados da figura 2.

Figure 7

Conventional deconvolution results for the data of figure 2.

do seja colorido, um procedimento chamado compensação espectral (Saggaf, 2000). A compensação espectral é um ajuste geral. Por isso, pode ser considerado mesmo em um esquema de deconvolução que não se baseie na hipótese do espectro branco, a fim de tentar melhorar as imagens. Por exemplo, no caso da deconvolução baseada em ondeletas, pode-se redefinir os operadores  $L_b$  e  $L_e$  de acordo com a equação 16:

$$L_b(v) \rightarrow L_b(v) - \gamma(f), \quad L_e(v) \rightarrow L_e(v) + \gamma(f) \quad (16)$$

onde  $\gamma$  é chamada função de compensação es-

pectral. Assume-se que a função seja regular o suficiente para não introduzir singularidades em  $b$  e não afetar as singularidades em  $\epsilon$ . No caso da correção a  $|\hat{\epsilon}|$  ser representada por um fator de peso da forma  $f^\alpha$ , a função de compensação espectral é apresentada na equação 17:

$$\gamma(f) = \alpha \ln |f| + c \quad (17)$$

Uma característica interessante da deconvolução baseada em ondeletas é que esta permite prever uma cor sísmica para as reflectividades estimadas. Na figura 8 vê-se o logaritmo da amplitude contra o logaritmo da frequência para a reflectividade do traço 96. As baixas e as altas frequências foram filtradas para evitar o efeito do mau ajuste entre os espectros dos traços, das ondeletas sísmicas estimadas (nas baixas frequências) e o ruído branco gaussiano (nas altas frequências). Na figura 8 apresenta-se o melhor ajuste

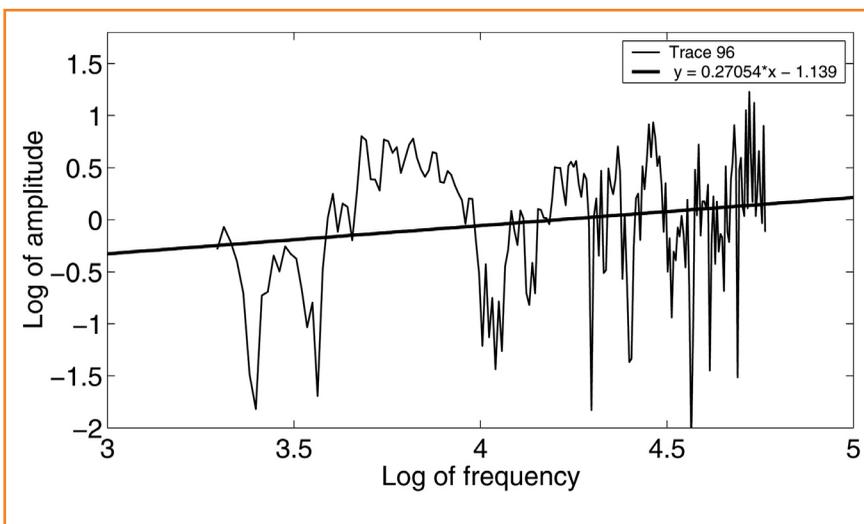


Figura 8 – Melhor ajuste linear para o espectro de amplitude da reflectividade do traço 96. A deconvolução baseada em ondeletas foi usada com corte de escala em  $j_c = -2$ . Determina-se um índice de cor  $\alpha \sim 0,27$ .

Figure 8 – Best linear adjustment for the reflectivity amplitude spectrum of trace 96. Wavelet based deconvolution was used with scale cut-off at  $j_c = -2$ . Color index  $\alpha \sim 0.27$  has been determined.

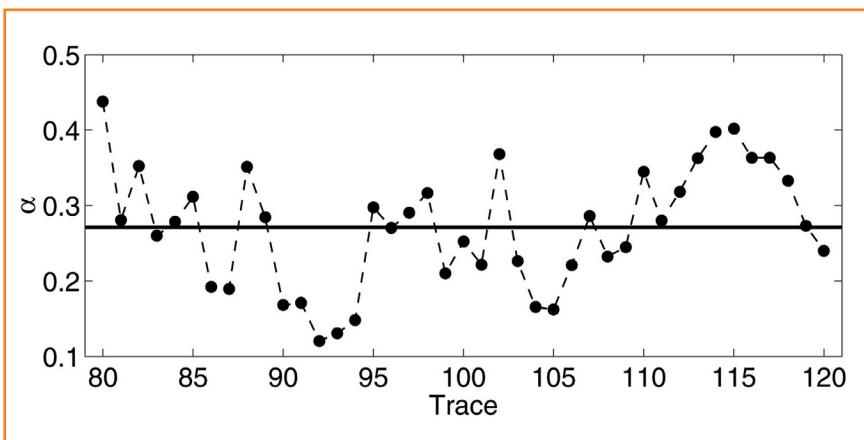


Figura 9

Índices de cor para todos os traços nos dados considerados. O índice médio é 0,27.

Figure 9

Color indexes for all traces in the considered data. The average index is 0.27.

linear a este espectro de amplitude, o qual permite estimar um expoente  $\alpha \sim 0,27$ . Este expoente poderia ser usado, por exemplo, para branquear a reflectividade por meio de uma compensação espectral adequada usando  $\gamma(f) = -0,27 |f| + c$ . Assim, pode-se interpretá-lo como a estimativa de um índice de cor. Esta estimativa depende fortemente do corte de escala  $j_c$  usado na deconvolução. Todavia, a qualidade da deconvolução também depende fortemente do mesmo parâmetro, o que permite definir os índices de cor das reflectividades estimadas como aqueles correspondendo ao melhor resultado conseguido na deconvolução. Na figura 9 são mostrados os ín-

lices de cor estimados para todos os traços considerados. O valor médio deste índice é  $\alpha \sim 0,27$ .

## a estatística das flutuações

Para uma abordagem estatística completa da deconvolução, a equação 4 que mostra a deconvolução determinística deve dar lugar, pelo menos, a uma relação qualitativa entre as distribuições associadas com aqueles processos. Porém, por razões práticas, não é possível fazer avanços reais nesta direção sem levar em conta mais um processo relevante: o ruído, denotado por  $\eta$ . Realmente, nas seções anteriores, o ruído foi deixado de lado, o que foi possível apenas porque não se investigavam as distribuições. Aqui se introduz um termo correspondente ao ruído na equação para deconvolução, chegando-se à forma mais precisa apresentada na equação 18:

$$\hat{\epsilon} = \frac{\hat{x} - \hat{\eta}}{\hat{b}}, \quad b \neq 0 \quad (18)$$

Pergunta-se, então: quais são as distribuições dos coeficientes da representação discreta em ondeletas associados com o balanço  $\chi_{\eta}$ , se  $\eta$  representa um ruído branco gaussiano? Para investigar este ponto foi feita uma simulação de um sismograma com 500 traços. Cada traço era uma realização de um ruído branco gaussiano com 2 048 valores amostrados. A variância do ruído foi estabelecida como  $\sigma^2 \approx 1$ . Na figura 10 são exibidas as distribuições dos coeficientes  $a_{jn}$  de  $\chi_{\eta}$ , determinadas numericamente a partir desta simulação. O primeiro fato digno de nota é que estas distribuições apresentam uma simetria de escala: suas variâncias para todas as escalas são  $\sigma^2 \approx 0,41$ . O segundo fato digno de nota é que esta simetria não caracteriza completamente o escalonamento de  $\chi_{\eta}$ , como demonstrado na figura 11. Nesta figura, as quatro primeiras distribuições (que apareceram na figura 10) foram classificadas usando um ajuste teórico. As distribuições (a), (b) e (c) são assimétricas e cada lado das mesmas é bem ajustado usando uma distribuição de Cauchy generalizada (também cha-



madras  $q$ -distribuições na literatura sobre termoestatística estendida) (Tsallis, 1995; Prato, 1999), como visto na equação 19.

$$P(r) = \frac{C}{\{1 + ar^2\}^{\frac{1}{q-1}}}, \quad q > 1 \quad (19)$$

O decaimento das distribuições estudadas é menor que o decaimento de uma gaussiana, indicando a presença de intermitência em  $\chi_{\eta}$ . As distribuições que melhor se ajustam aos dados aproximam-se de uma gaussiana com variância  $\sigma^2 \approx 0,41$ , a qual também é mostrada em cada gráfico na figura 11, e finalmente se tornam idênticas a esta gaussiana, como mostrado no gráfico (d). As distribuições na figura 10 correspondem a esta gaussiana.

Foi feita a análise de flutuações convolutivas do modelo vazio e agora a questão importante é o que se passa quando se introduz informação

geológica. Na figura 12 são exibidos não só os dados para um modelo simples com apenas um refletor em  $t = 0,2$  s como também os resultados de deconvolvê-los usando o método baseado em ondeletas. Na figura 13 são apresentadas as distribuições de coeficientes para o balanço  $\chi_x$  associado a este modelo. Pode-se observar que há mudanças na forma e na localização das distribuições. Em geral, há  $N_{tot} = 2^j \times$  (número de traços) coeficientes em cada escala, com  $j$  sendo o índice de escala da ondeleta usada na decomposição.

No caso de um modelo sem variação lateral os coeficientes de todos os traços são idênticos, de modo que se vê apenas um na escala  $j = 0$  e, em geral,  $2^j$  valores na escala  $j$ . Assim, a inclusão de variação lateral devida à geologia, em geral, aumentará o suporte das distribuições, em especial, o suporte da distribuição correspondendo à maior escala. A razão pela qual os coeficientes na menor escala têm uma distribuição estreita e

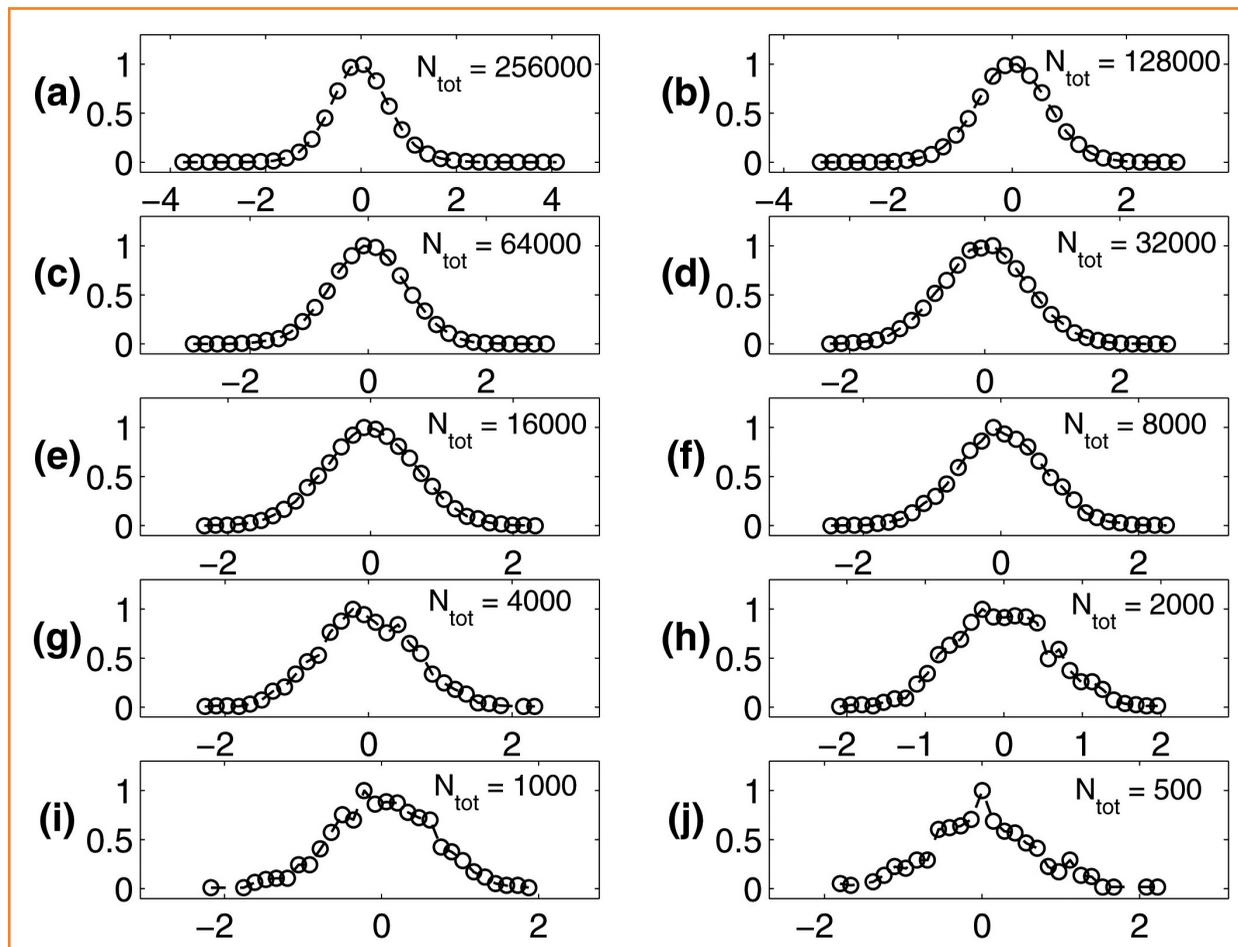


Figura 10

Distribuições para os coeficientes de ondeletas de  $\chi_{\eta}$  com  $\eta$  representando um ruído branco gaussiano. Os coeficientes correspondendo às menores escalas estão em (a), enquanto aqueles correspondendo às maiores escalas estão em (j).

Figure 10

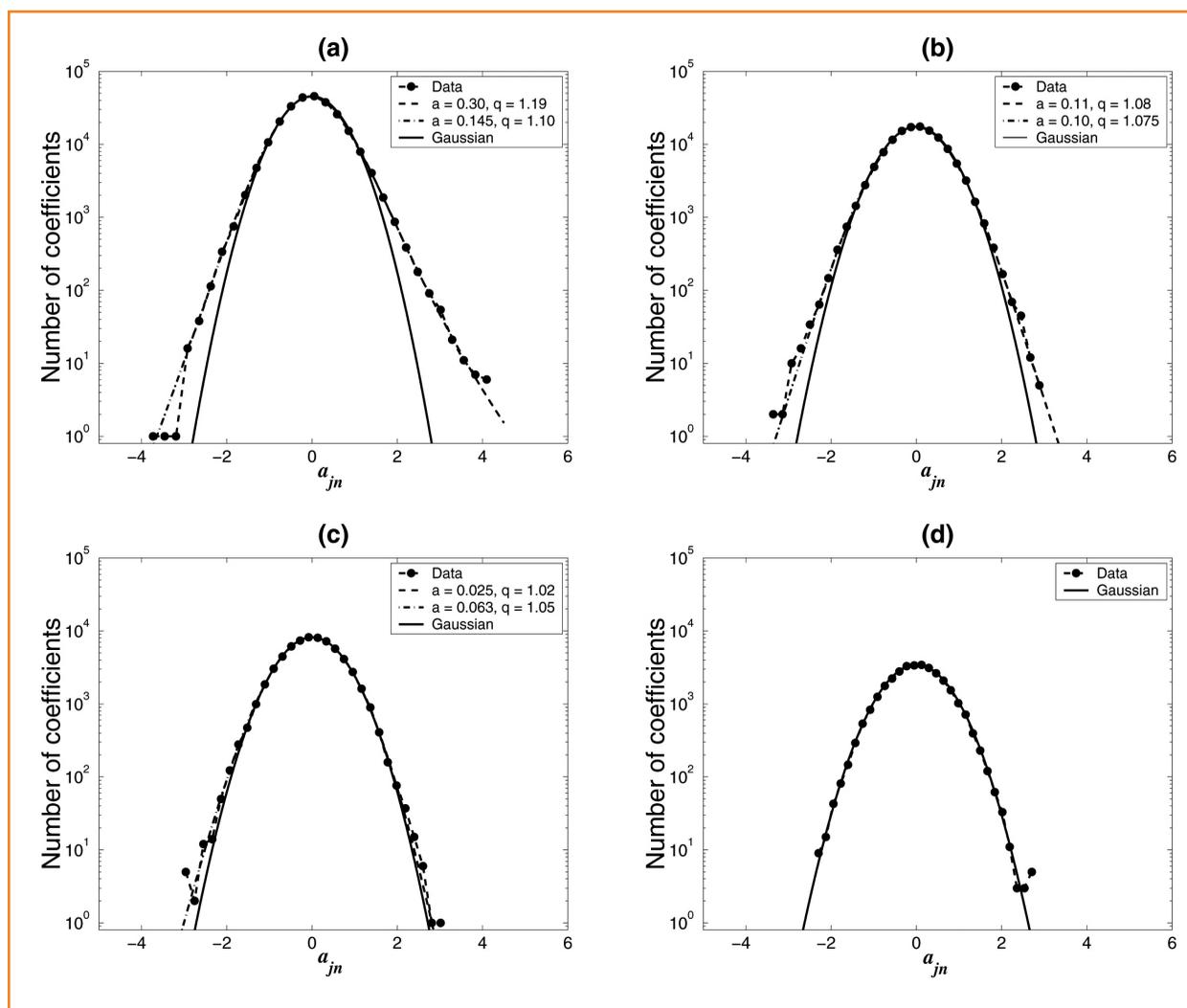
Distributions of wavelets coefficients of  $\chi_{\eta}$  where  $\eta$  represents a Gaussian white noise. The coefficients that correspond to the lowest scales are in (a), while those that correspond to the higher scales are in (j).

Figura 11

As quatro primeiras distribuições mostradas na figura 10. Estas distribuições variam com a escala, aproximando-se da gaussiana com variância  $\sigma^2 = 0,41$ . As distribuições restantes naquela figura correspondem a esta gaussiana.

Figure 11

The first four distributions shown on figure 10. These distributions vary with the scale approximating Gaussian distribution with variance  $\sigma^2 = 0.41$ . The remaining distributions of that figure correspond to this Gaussian distribution.



tendem a ser menores em valor absoluto que aqueles nas escalas mais altas é que o formato do espectro é basicamente determinado pelas escalas maiores. O formato do espectro de amplitude dos traços é dado essencialmente pelo formato do espectro da ondeleta sísmica. Se a ondeleta sísmica fosse irrealisticamente curta, seu espectro de amplitude se reduziria a uma constante multiplicativa, completamente incorporada ao primeiro termo na equação 14. Em tal caso, o corte de escala apropriado para a deconvolução seria  $j_c = 0$ . Neste limite, todas as distribuições de coeficientes corresponderiam somente à reflectividade, de acordo com a equação 15. Seguindo um raciocínio semelhante, ondeletas sísmicas com um formato realista implicam em um corte de escala para  $j_c < 0$ . Uma ondeleta sísmica anormalmente longa afetaria de

maneira forte todas as distribuições, fazendo os coeficientes correspondendo à reflectividade se tornarem muito pequenos; não há  $j_c$  apropriado neste caso, mas para ter informação acerca da reflectividade, deveria-se analisar os coeficientes pequenos em todas as escalas.

Como se apresentam as distribuições para dados reais? Na figura 14 são mostradas as distribuições para os dados vistos na figura 2. A distribuição para a escala, correspondendo ao corte usado na deconvolução baseada em ondeletas mostrada na figura 6 ( $j_c = -2$ ), se encontra no gráfico (f). Vê-se que, nesta escala, as distribuições rapidamente mudam seu aspecto, se comparadas simplesmente com o ruído branco gaussiano. A variação nos formatos das distribuições segue o padrão geral mostrado na figura 13 e está associada ao fato de a ondeleta sísmica ser principal-

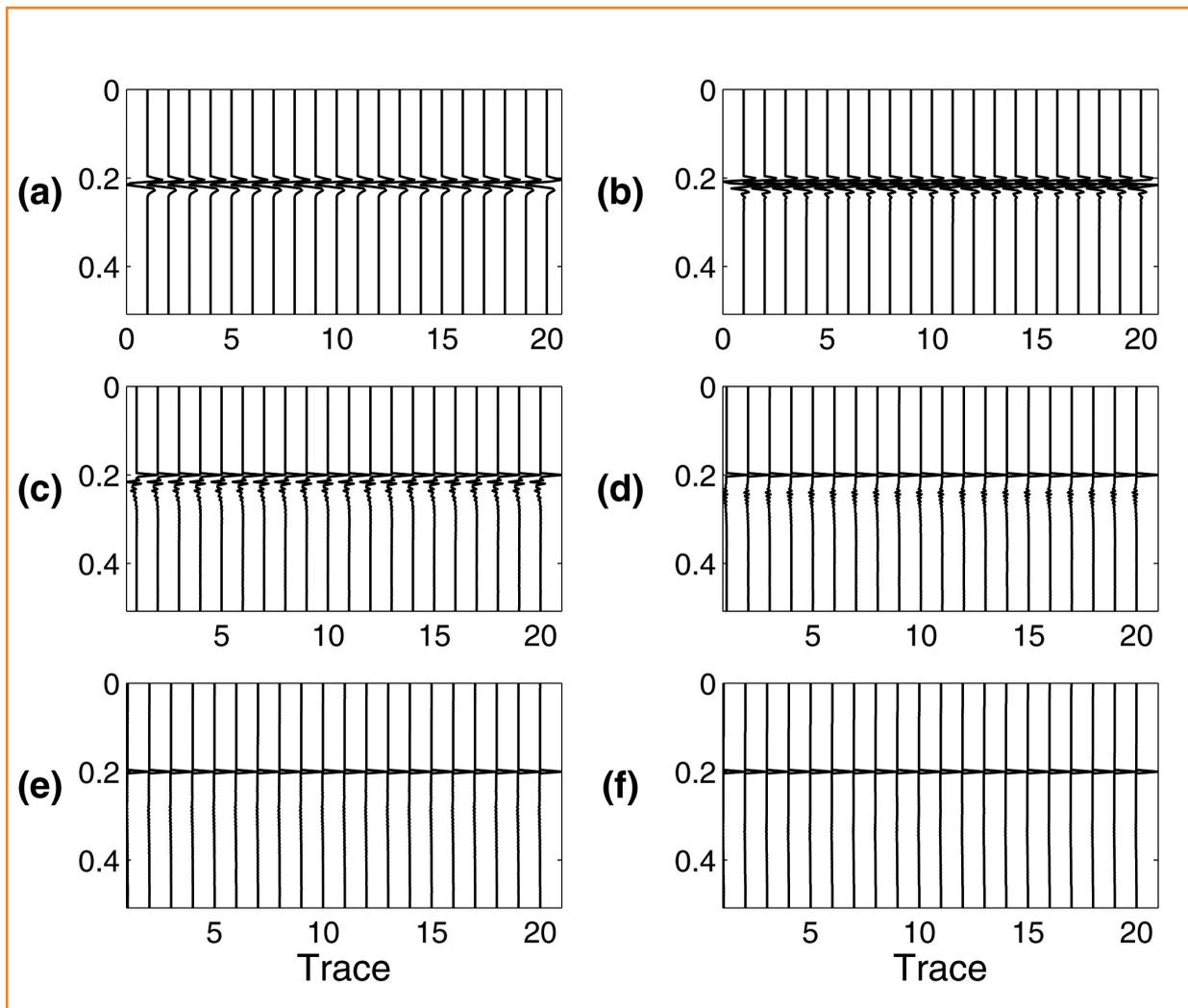


Figura 12

O gráfico (a) mostra os dados resultantes da convolução de uma ondeleta sísmica com um impulso em 0,2 s. Os gráficos de (b) até (f) mostram as reflectividades estimadas usando a deconvolução baseada em ondeletas para cortes de escala de  $j_c = 0$  até  $j_c = -4$ , respectivamente. Boas deconvoluções são obtidas para  $j_c = -3$  e  $j_c = -4$ .

Figure 12

Graphic (a) shows the data resulting from the convolution of a seismic wavelet with an impulse at 0.2 s. Graphics from (b) to (f) show estimated reflectivities using wavelets based deconvolution for scale cut-off points from  $j_c = 0$  to  $j_c = -4$ , respectively. Good deconvolutions have been obtained for  $j_c = -3$  and  $j_c = -4$ .



mente representada pelos coeficientes das escalas maiores, enquanto a reflectividade é basicamente associada com as escalas pequenas. Já que os traços nestes dados reais são todos diferentes, a distribuição na escala mais alta é mais larga que nas simplificações discutidas antes.

Pode-se obter um resultado similar partindo-se de dados sintéticos? Na figura 15 são apresentadas as distribuições para um modelo com um refletor no tempo  $t = 0,5$  s. Depois da convolução com uma ondeleta sísmica, o ruído branco gaussiano foi adicionado. Vê-se que as características principais do resultado para dados reais são reproduzidas nesta figura, indicando que os fatores, determinando o formato das distribuições de coeficientes de  $\chi_x$  são realmente: a ondeleta sísmica, a reflectividade, o ruído e a variação lateral.

## conclusões

Discutiu-se a deconvolução de dados sísmicos no contexto mais geral da análise de flutuações, determinando-se como esta conexão deve ser feita. Neste contexto, a deconvolução determinística corresponde à eliminação da tendência no balanço  $\chi_x \equiv \ln |\hat{x}|$ , onde  $x$  representa um traço sísmico, a fim de determinar o balanço da ondeleta sísmica  $\chi_b$  como um campo médio. Conclui-se que a reflectividade pode ser associada com as flutuações  $\chi_\varepsilon \equiv \chi_x - \chi_b$  que permitem a determinação de  $\varepsilon$  com a ajuda de alguma hipótese sobre as fases, por exemplo, a hipótese de fase mínima.

Um método de deconvolução determinística baseado em representações em ondeletas discretas de  $\chi_x$  foi proposto aqui. Resultados deste no-

Figura 13

Distribuições de coeficientes de ondeletas para  $c_x$ , correspondendo ao modelo ilustrado na figura anterior.

Figure 13

Distribution of wavelets coefficients for  $c_x$ , corresponding to the model illustrated on the previous figure.

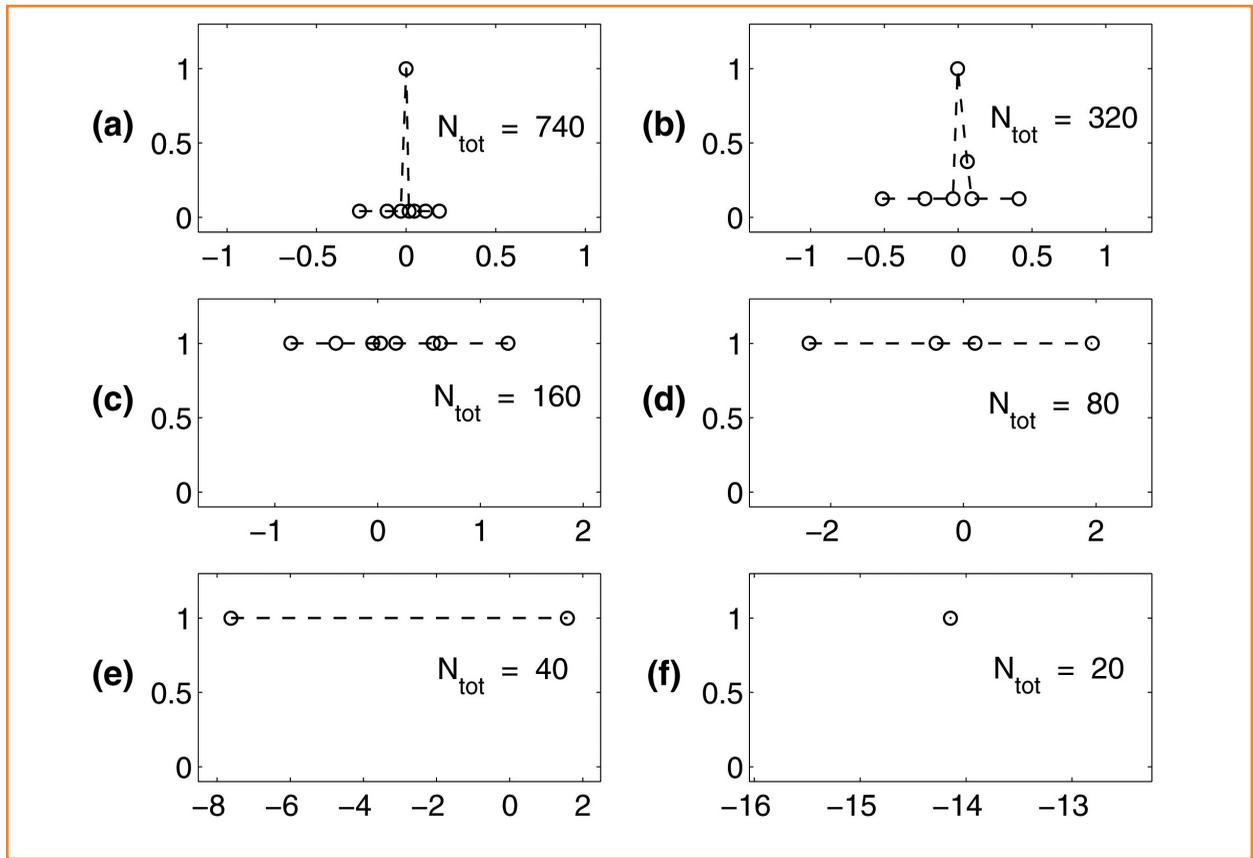


Figura 14

Distribuições de coeficientes de ondeletas para  $\chi_w$ , correspondendo aos dados reais apresentados na figura 2.

Figure 14

Distribution of wavelets coefficients for  $\chi_w$ , corresponding to the model illustrated on figure 2.

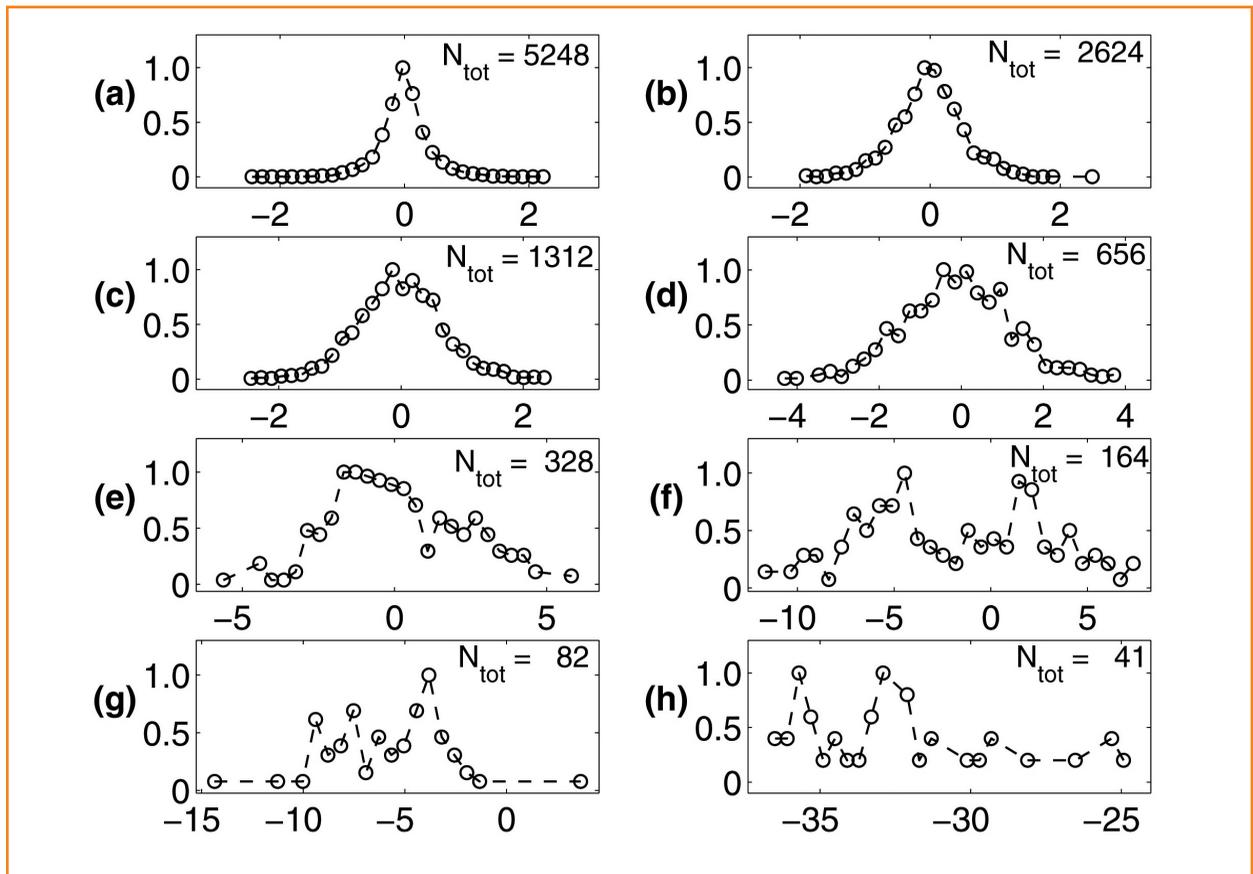


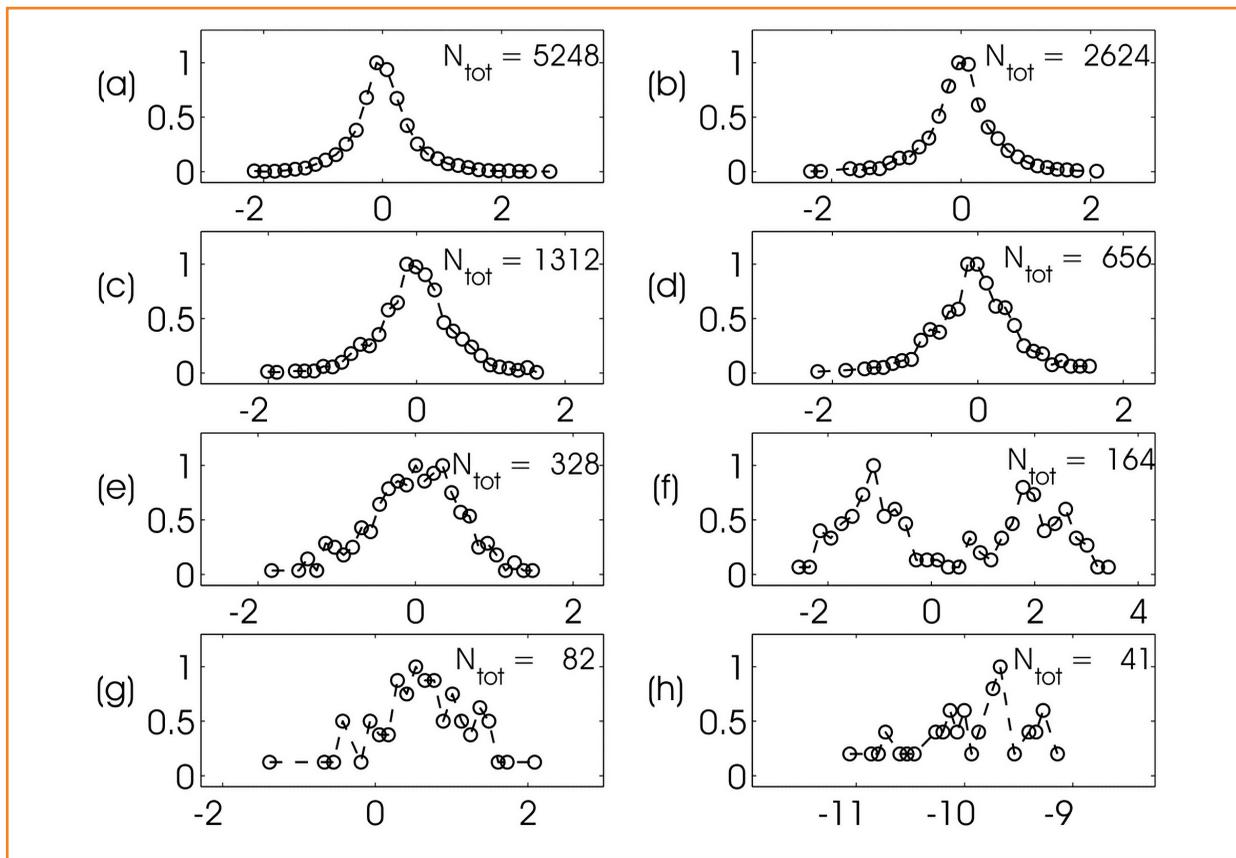


Figura 15

Distribuições de coeficientes de ondeletas para  $c_x$  em um modelo simples cuja reflectividade é um impulso em  $t = 0,5$  s. Os dados empregados foram compostos pela convolução desta reflectividade com uma ondeleta sísmica e pela adição de ruído branco gaussiano.

Figure 15

Distributions of wavelets coefficients for  $c_x$  in a simple model of which reflectivity is an impulse in  $t = 0.5$  s. The data used were composed by the convolution of this reflectivity with a seismic wavelet and by adding Gaussian white noise.



vo método de deconvolução determinística foram comparados com outros correspondendo à deconvolução convencional, demonstrando que o novo esquema permite obter resoluções temporais e continuidades laterais comparáveis ou melhores que com a aplicação da deconvolução convencional. Também é possível estimar um índice de cor para os traços sísmicos, a partir dos resultados desta nova deconvolução determinística.

O método proposto neste estudo dá acesso às propriedades estatísticas da reflectividade. Os objetos principais nesta análise de flutuações são as distribuições de coeficientes de ondeletas discretas do balanço  $\chi_x$ , as quais são influenciadas de formas definidas pela ondeleta sísmica, pela reflectividade, pelo ruído branco gaussiano e pela variação lateral presentes no registro sísmico.

Os métodos aqui introduzidos e discutidos abrem a possibilidade para uma análise mais detalhada das reflectividades estimadas e para um maior controle das flutuações que aparecem em dados sísmicos (a reflectividade e o ruído), o que pode ser uma chave para recuperação de altas

freqüências. Os coeficientes calculados podem ser submetidos a classificações que correspondem, efetivamente, a filtros capazes de discriminar entre as componentes aditivas e convolutivas das flutuações. O esquema de deconvolução determinística aqui proposto, associado ou não com outros operadores em tempo e freqüência, pode ser visto como um primeiro exemplo deste tipo de filtro, como se conclui da aplicação a dados reais feita neste artigo.

Neste trabalho são discutidos e implementados métodos originais que têm como objetivo a melhoria da resolução sísmica na exploração de petróleo. Estes métodos têm sido aplicados e aperfeiçoados, inclusive com o desenvolvimento de *softwares* de processamento sísmico para o Promax.

## referências bibliográficas

BRILLINGER, D. R. John W. Tukey's work on time series and spectrum analysis. **Annals of Statistics**, Hayward, v. 30, n. 6, p. 1595-1618, 2002.

CLAERBOUT, J. F. **Fundamentals of geophysical data processing with application to petroleum prospecting**. Oxford: Blackwell Scientific, 1985. 274 p.

KAPLAN, S. T.; ULRICH, T. J. Blind deconvolution and ICA with a banded mixing matrix. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON INDEPENDENT COMPONENT ANALYSIS AND BLIND SIGNAL SEPARATION, 4., 2003, Nara, Japan. **Proceedings...** Saitama: Riken. Brian Science Institute, 2003. p. 591-596. 1 CD-ROM.

KASPRZAK, W.; OKAZAKI, A. Blind deconvolution of timely-correlated sources by homomorphic filtering in Fourier Space. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON INDEPENDENT COMPONENT ANALYSIS AND BLIND SIGNAL SEPARATION, 4., 2003, Nara, Japan. **Proceedings...** Saitama: Riken. Brian Science Institute, 2003. p. 1029-1034. 1 CD-ROM.

KHINTCHIN, A. Korrelationstheorie der stationären stochastischen Prozesse. **Mathematische Annalen**, Berlin, v. 109, p. 604-615, 1934.

KOLMOGOROV, A. N. The local structure of turbulence in Reynolds numbers. **Proceedings of the Royal Society of London: Series A. Mathematical And Physical Sciences**, London, v. 434, p. 9-13, 1991. Reimpresso de: Doklady Akademii Nauk Sssr, Leningrad, v. 30, p. 301, 1941.

MALLAT, S. G. **A wavelet tour of signal processing**. 2nd ed. New York: Academic Press, 1998. 577 p.

PATHRIA, R. K. **Statistical Mechanics**. Oxford: Pergamon, 1972. 527 p.

PEACOCK, K. L.; TREITEL, S. Predictive deconvolution: theory and practice. **Geophysics**, Tulsa, v. 34, n. 2, p. 155-159, Apr. 1969.

PRATO, D.; TSALLIS, C. Nonextensive foundation of Lévy distributions. **Physical Review E**, New York, v. 60, n. 2, p. 2398-2401, Aug. 1999.

PRIMAS, H. Basic elements and problems of probability theory. **Journal of Scientific Exploration**, Lawrence, v. 13, n. 4, p. 579-613, Winter 1999.

ROBINSON, E. A. Multichannel z-transforms and minimum delay. **Geophysics**, Tulsa, v. 31, p. 482-500, June 1966.

ROBINSON, E. A. Predictive decomposition of seismic traces. **Geophysics**, Tulsa, v. 22, n. 4, p. 767-778, Oct. 1957.

ROSA, A. L. R.; ULRICH, T. J. Processing via spectral modeling. **Geophysics**, Tulsa, v. 56, n. 8, p. 1244-1251, Aug. 1991.

SAGGAF, M. M.; ROBINSON, E. A. A unified framework for the deconvolution of traces of nonwhite reflectivity. **Geophysics**, Tulsa, v. 65, n. 5, p. 1660-1676, Sep./Oct. 2000.

TSALLIS, C. et al. Statistical-mechanical foundation of the ubiquity of Lévy distributions in nature. **Physical Review Letters**, New York, v. 75, n. 20, p. 3589-3593, Nov. 1995.

ULRYCH, T. J. The whiteness hypothesis: reflectivity, Inversion, chaos, and enders. **Geophysics**, Tulsa, v. 64, n. 5, p. 1512-1523, Sep./Oct. 1999.

WALDEN, A. T. Non-Gaussian reflectivity, entropy and deconvolution. **Geophysics**, Rio de Janeiro, v. 50, n. 12, p. 2862-2888, dez. 1985.

WALDEN, A. T.; HOSKEN, J. W. J. An investigation of the spectral properties of primary reflection coefficients. **Geophysical Prospecting**, Houten, v. 33, n. 3, p. 400-435, May 1985.

WIENER, N. Generalized harmonic analysis. **Acta Mathematica**, Djursholm, v. 55, p. 117-258, 1930.

YILMAZ, Ö. **Seismic data processing**. Tulsa: Society of Exploration Geophysicists, 1987. 526 p.



## bibliografia

MUNDIM, E. C. et al. WTdecon, a deconvolução colorida implementada por Transformada de Wavelet. In: INTERNATIONAL CONGRESS OF THE BRAZILIAN GEOPHYSICAL SOCIETY, 9., 2005, Salvador. **Expanded abstracts**. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Geofísica, 2005.

TAVARES, D. M. et al. The deconvolution of seismic data as a fluctuation analysis. **Integrated Computer-Aided Engineering**, Ohio, v. 12, n. 1, p. 25-42, 2005.

TAVARES, D. M. **Tempo e frequência na geofísica e na física de sistemas complexos**: novos métodos. Natal: Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2004. 167 f. Tese (Doutorado).

TAVARES, D. M.; HERRMANN, F. J.; SCHOTS, H. A. Time-frequency filtering using fractional spline wavelet packets. In: INTERNATIONAL CONGRESS OF THE BRAZILIAN GEOPHYSICAL SOCIETY, 7., 2001, Salvador. **Expanded abstracts**. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Geofísica, 2001. p. 1206-1208.

TAVARES, D. M.; LUCENA, L. S. Entropy Analysis of Stochastic Processes at Finite Resolution. **Physica A**, Amsterdam, v. 357, n. 1, p. 71-78, Nov. 2005.

TAVARES, D. M.; LUCENA, L. S. Models for correlated multifractal hypersurfaces. **Physical Review E**, New York, v. 67, n. 3 (Pt. 2), id. 036702, Mar. 2003.

## expanded abstract

The deconvolution of seismic data is a crucial step in seismic processing. It provides an estimation of earth's reflectivity, which in practice corresponds to the elimination of the blurring effect of the seismic wavelet. This implies in a considerable resolution enhancement of seismic events in the time domain, thus leading to improved definition of detected structures in the final images. Here we present the WTDecon, a new method that usually provides better results than conventional Wiener deconvolution.

Deconvolution can be thought of as a process to extract unpredictable components from seismic data; which are supposedly related to the random distribution of earth's reflection coefficients. Therefore from a theoretical standpoint it is deeply connected to the statistical prediction of properties of time series, specially time series variability. The foundations of predictive reasoning on such domain can be laid down in two extremely influential physical-statistical theorems: The Wiener-Khinchin theorem, relating the power spectra of time series to their self-correlations and Birkhoff's Ergodic theorem, relating self-correlations to the ensemble two point statistics.

The net outcome of such physical-statistical methods is the variability estimation of time series, and thus the statistical prediction of the unknown future values based on the known past values. A general distinction one can find in such applications is trends and fluctuations. The actual complexity is normally attributed to fluctuations. Trend estimation is actually a difficult problem, but the trend is considered by far a simpler component, in the sense that its class of variability is often much easier to find than the class of variability of fluctuations, which are rough and have high frequency components.

Wiener's theory on prediction of time series, which serves as a basis to the so called Wiener deconvolution and introduced by Enders A. Robinson, is a linear least squares method. Just like all such methods do, it provides the best unbiased estimation in sense of the least squares. In a bit more detail, it estimates a filter that combines past values linearly, thus minimizing the energy difference of the predicted values to these known values. Deconvolution is not interested directly in the predicted values, but rather in the error in prediction that is associated with reflectivity. Unfortunately, behind least squares estimation there is a maximum likelihood founded in Gaussian statistics. This essentially means that the prediction error is a Gaussian white noise. Thus, through Robinson's theory, reflectivity is modeled like measurement errors, which are known to obey Gaussian statistics in an overwhelming variety of situa-

tions. However, reflectivity seems not to be a Gaussian white noise, as indicated by well log estimation. It seems to be a blue noise. This implies that Wiener's deconvolution attenuates the high frequency content of estimated reflectivities. Consequently, in the interest of obtaining better reflectivity estimations, it is desirable to avoid this white spectrum problem.

WTDecon is a non-linear colored deconvolution method. It does not model reflectivity as a Gaussian white noise. The only hypothesis made on reflectivity is that it corresponds to a rough (non-differentiable) convolutive component of the seismic trace. An homomorphic filter based on discrete wavelet transform is applied to the traces, thus large scale components can be separated from small scale components in the homomorphic domain. The large scale smooth components are associated to the seismic wavelet, while the small scale rough components are associated to reflectivity. After applying the inverse filter the estimation of the seismic wavelet spectra and relative reflectivity are obtained. It is necessary to have a hypothesis on the phase, such as minimum phase, or zero-phase, to finish the deconvolution.

The reflectivities estimated using this method not white. It usually keeps the blue character of reflectivity, thus preserving the high frequency content. This has proven to be a good characteristic in practical seismic processing. It is possible to obtain an estimation of the blue character of the estimated reflectivities through a color index.

Finally, the effects of the WTDecon filter on the Gaussian noise, which is always present in seismic data, as measurement error or from other sources, have been numerically studied.



## autor



### Deilson de Melo Tavares

Universidade Federal do Rio Grande do Norte / Centro de Tecnologia /  
Programa de Pós-Graduação em Ciência e Engenharia do Petróleo

*e-mail:* [deilsonsavares@yahoo.com.br](mailto:deilsonsavares@yahoo.com.br)

**Deilson de Melo Tavares** obteve o Doutorado em física pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN) em 2004. Atualmente, é pesquisador do Centro Interdisciplinar de Estudos Avançados sobre Sistemas Complexos em Petróleo e Gás da UFRN e faz parte da equipe do Laboratório de Produtos de Geofísica Aplicada. Recebeu o 1º lugar na categoria Tecnologia de Exploração da 1ª edição do Prêmio Petrobras de Tecnologia em 2005. Integra ainda o corpo docente do Programa de Pós-graduação em Ciência e Engenharia de Petróleo da UFRN na linha de pesquisa de física aplicada à exploração e produção de petróleo.